Kurve, auf der die Scheitelpunkte liegen
(vgl. waagrechter Wurf:
Parameter eliminieren)

2.1 $f_{(k)} = -\frac{1}{2}x^2 - kx + x + 2k$ 11.10.11

$\cancel{= -\frac{1}{2}\left[x^2 + 2kx - 2x - 4k\right]}$

$\cancel{= -\frac{1}{2}\left[(x -\right.}$

$= -\frac{1}{2}x^2 - x(k-1) + 2k$

$= -\frac{1}{2}\left[x^2 + 2x(k-1) - 4k\right]$

$= -\frac{1}{2}\left[(x+(k-1))^2 - (k-1)^2 - 4k\right]$

$= -\frac{1}{2}\left[(x+k-1)^2 - (k^2-2k+1) - 4k\right]$

$= -\frac{1}{2}\left[(x+k-1)^2 - k^2 + 2k - 1 - 4k\right]$

$= -\frac{1}{2}(x+k-1)^2 + \frac{1}{2}k^2 + k + 1$

$= -\frac{1}{2}(x+k-1)^2 + \frac{1}{2}(k+1)^2$ ✓

$x_s = 1-k \qquad k = 1 - x_s$

$y_s = \frac{1}{2}(k+1)^2$

$y_s = \frac{1}{2}(1-x_s+1)^2$

$y_s = \frac{1}{2}(2-x_s)^2$

$y_s = \frac{1}{2}(x_s-2)^2$

$\underline{\underline{y_s = \frac{1}{2}(x_s-2)^2}}$

$S_{f(k)}\left(1-k \;\middle|\; \frac{1}{2}(k+1)^2\right)$ ✓

2.2 $x_s > 0$

$1-k > 0 \quad | +k$

$1 > k \quad \Rightarrow \quad x_s > 0$ wenn $k < 1$

$y_s > 0 \qquad \frac{1}{2}(k+1)^2 > 0 \Leftrightarrow \frac{1}{2}(k^2-2k+1) > 0$

Damit der Scheitel im ersten Quadranten liegt, müssen beide Bedingungen erfüllt sein:

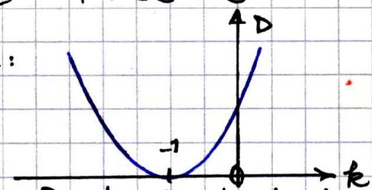
- $x_s > 0 \Rightarrow k < 1$
- $y_s > 0 \Rightarrow k \in \mathbb{R} \setminus \{-1\}$ (quadratische Ungleichung und z. B. teilgraphische Lösung)

Zusammen ergibt sich: $k \in \left]-\infty ; 1\right[\setminus \{-1\}$

2.3 $\frac{1}{2}x^2 + (1-k)x + 2k = 0$

$D = (1-k)^2 - 4\cdot(-\frac{1}{2})\cdot 2k = 1 - 2k + k^2 + 4k = 1 + 2k + k^2$

Also: $D = (1+k)^2 = (k+1)^2$; Teilgraph:



VZ v. D: + 0 + + +

1. Fall: $D > 0$ für $k \in \mathbb{R} \setminus \{-1\}$

$x_{1/2} = \frac{1}{2(-\frac{1}{2})}\cdot\left(-(1-k) \pm \sqrt{(k+1)^2}\right)$

$= 1 - k \pm (k+1)$

$x_1 = 1 - k + k + 1 = 2$; $N_1(2|0)$ unabh. v. Parameter (Gemeinsamer Pkt aller Gr.)

$x_2 = 1 - k - (k+1) = -2k$; $N_2(-2k|0)$

2. Fall: $D = 0$ für $k = -1$

$x_{1/2} = -\frac{b}{2a} = -\frac{1-k}{2\cdot(-\frac{1}{2})} = 1 - k = 2$; $x_{1/2} = 2$ do. NST

3. Fall: $D < 0$ gibt es nicht

$f_k(x) = -\frac{1}{2}(x-2)(x+2k)$ (Linearfaktoren)

(Damit: i. A. 2 einf. NST $x_1 = 2$ und $x_2 = -2k$.

Eine NST gibt es, wenn beide zusammenfallen: $x_1 = x_2$

$x_1 = x_2 \Rightarrow 2 = -2k \Leftrightarrow k = -1$; das entspricht $D = 0$ (s.o.))

2.4 "Mittelpunkt zweier Zahlen": $m = \frac{1}{2}(a+b)$

Also: $x_S \overset{?}{=} \frac{1}{2}(x_1 + x_2) = \frac{1}{2}(2 - 2k) = 1 - k$ (w)

$\Rightarrow$ Scheitel x_S genau zwischen berechneten NST.

Für $k = -1$ fallen NST und x_S zusammen.

2.5.1 $\quad p(x) = (x-2)(x-5) = x^2 - 7x + 10$

2.5.2 $\quad p(x) = x^2 - 7x + \left(\frac{7}{2}\right)^2 - \left(\frac{7}{2}\right)^2 + 10$

$$= \left(x - \frac{7}{2}\right)^2 - \frac{9}{4} \quad ; \quad S\left(\frac{7}{2} \middle| -\frac{9}{4}\right) = S(3{,}5 \,|\, -2{,}25)$$

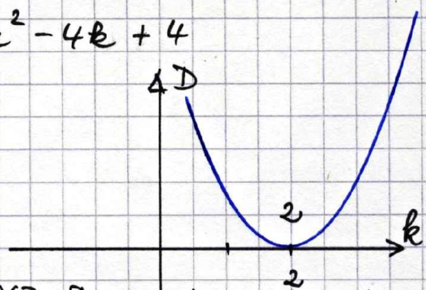
2.5.3 $\quad -\frac{1}{2}x^2 - kx + x + 2k = x^2 - 7x + 10$

$$\Leftrightarrow \; -\frac{3}{2}x^2 + (8-k)x + 2k - 10 = 0$$

$$D = (8-k)^2 - 4\cdot\left(-\frac{3}{2}\right)\cdot(2k-10)$$

$$= 64 - 16k + k^2 + 12k - 60 = k^2 - 4k + 4$$

$$D = (k-2)^2$$



VZ D $\quad + \quad 0 \quad +$

1. Fall: $D = 0$ für $k = 2$

$$\left.\begin{array}{l} x_B = -\frac{b}{2a} = -\frac{8-2}{2\cdot(-3/2)} = 2 \\ y_B = p(2) = 0 \end{array}\right\} B(2|0)$$

2. Fall: $D > 0$ für $k \in \mathbb{R} \setminus \{2\}$

$$x_{1/2} = \frac{1}{2\cdot(-3/2)}\left(-(8-k) \pm \sqrt{(k-2)^2}\right)$$

$$= -\frac{1}{3}\left(k - 8 \pm (k-2)\right)$$

$$x_1 = -\frac{1}{3}(k - 8 + k - 2) = -\frac{1}{3}(2k-10) = \frac{10}{3} - \frac{2}{3}k = x_1$$

$$\left(p(x_1) = \left(\frac{1}{3}(10-2k)-2\right)\cdot\left(\frac{1}{3}(10-2k)-5\right) = -\frac{1}{9}(k^2 - 2k + 20)\right)$$

$$x_2 = -\frac{1}{3}\left(k - 8 - (k-2)\right) = 2 = x_2 \qquad (S_2(2|0) \; ; \; \text{s. o.})$$

3. Fall $\quad D < 0$ kommt nicht vor:

$S_2(2|0)$ ist immer gemeinsamer Punkt beider Gr.